Świat Matematyki – konkurs SM36

Wiemy, że w pierwszym kroku (K1) wszystkie karty były odwrócone napisem do góry.

W kolejnym kroku (K2) karty parzyste będą odwracane napisem do dołu, zaś karty nieparzyste pozostaną bez zmian, czyli napisem do góry. Krok K2 jest parzysty dla odwracanych kart.

Z tego wynika, że przy każdym nieparzystym kroku w którym odwracane są karty, karta taka będzie zawsze leżała napisem do góry.

Wyjaśnienie:

- krok 1 (K1) jest nieparzysty dla karty nr 1 i kończy się jej dalsze odwracanie + (w tym koku odwracamy wszystkie karty do góry);

- krok 2 (K2) jest parzysty dla karty nr 2 (pierwszy krok dla tej karty to krok K1 - nieparzysty, gdy odwrócono ją do góry), więc jest ona odwrócona napisem do dołu w K2 i kończy się jej dalsze odwracanie + (w tym kroku odwracamy karty z nr parzystymi, czyli 2, 4, 6, 8, itd.);

- krok 3 (K3) jest parzysty dla karty nr 3 (pierwszy krok dla tej karty to krok K1 - nieparzysty, gdy odwrócono ją do góry), więc jest ona odwrócona napisem do dołu w K3 i kończy się jej dalsze odwracanie + (w tym kroku odwracamy co trzecią kartę zaczynając od karty nr 3 i dalej 6, 9, 12, itd.)

- krok 4 (K4) jest nieparzysty dla karty nr 4, ponieważ ta karta odwracana była już w K1 (do góry) i K2 (do dołu). Jest to odwrócenie 3 tej karty. Dlatego w tym kroku karta leży napisem do góry i kończy się jej dalsze odwracanie + (w tym kroku odwracamy co czwartą kartę zaczynając od karty nr 4 i dalej 8, 12, 16, itd.)

- krok 5 (K5) jest parzysty dla karty nr 5 (pierwszy krok dla tej karty to krok K1 - nieparzysty, gdy odwrócono ją do góry), więc jest ona odwrócona napisem do dołu w K5 i kończy się jej dalsze odwracanie + (w tym kroku odwracamy co piątą kartę zaczynając od karty nr 5 i dalej 10, 15, 20, itd.);

... itd.

Z tego zauważyć można, że te karty, które będą odwrócone napisem do góry, po 2015 krokach, są kartami odwróconymi w nieparzystej liczbie odwróceń dla danej karty - jak karta nr 4 przekręcona napisem do góry w trzecim odwróceniu dla tej karty (w krokach K1, K2, K4).

Dalej można zauważyć, że liczba odwróceń jest taka sama jak liczba dzielników naturalnych liczby naturalnej na kartach. Czyli, jeśli liczba ma nieparzystą liczbę dzielników, to karta odwrócona będzie do góry.

Wiemy, że tylko kwadraty liczb naturalnych mają nieparzystą liczbę dzielników, co jest równoznaczne z nieparzystymi odwróceniami konkretnych kart.

Sprawdzenie:

1*1=1

2*2=4

3*3=9

4*4=16

5*5=25

6*6=36

... itd.

44*44=1936

45*45=2025 - większa od liczby na ostatniej karcie.

Odp.: Kart odwróconych do góry po 2015 krokach będzie 44. Będą to karty z numerami:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961, 1024, 1089, 1156, 1225, 1296, 1369, 1444, 1521, 1600, 1681, 1764, 1849, 1936.